Collège J. Daguerre

EXERCICE 1 [10 POINTS]

Un sac contient 20 boules ayant chacune la même probabilité d'être tirée. Ces 20 boules sont numérotées de 1 à 20. On tire une boule au hasard dans le sac.

Tous les résultats seront donnés sous la forme de ***fractions irréductibles***.

1) Il y a 1 boule numérotée 13 donc la probabilité de tirer la boule numérotée 13 est **p =** $\frac{1}{20}$.

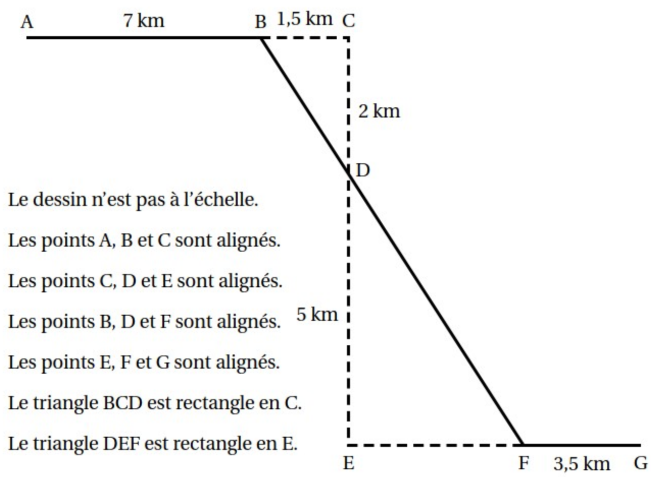
2) La moitié des boules portent un numéro pair donc la probabilité de tirer une boule portant un numéro pair est : **p =** $\frac{1}{2}$.

3) Il y a 5 boules portant un multiple de 4 : 4, 8, 12, 16 et 20 et 3 boules portant un diviseur de 4 : 1, 2 et 4. Donc on a plus de chances d'obtenir une boule portant un numéro multiple de 4 que d'obtenir une boule portant un numéro diviseur de 4. **p(multiple de 4) =** $\frac{5}{20}$ **> p(diviseur de 4) =** $\frac{3}{20}$

4) Il y a 8 nombres premiers entre 1 et 20 : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 et 19. Donc la probabilité de tirer une boule portant un numéro qui soit un nombre premier est : p = $\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$.

EXERCICE 2 [18 POINTS]

Michel participe à un rallye VTT sur un parcours balisé. Le trajet est représenté en traits pleins. Le départ du rallye est en A et l'arrivée est en G.



1) Le triangle BCD est rectangle en C. D'après le théorème de Pythagore, on a : $BD^2 = BC^2 + CD^2$ $BD^2 = 1,5^2 + 2^2 = 2,25+4 = 6,25$. D'où BD = $\sqrt{6,25}=2,5$. Donc la longueur BD est égale à 2,5 km.

2) Les droites (BC) et (EF) sont perpendiculaires à la droite (CE) (les triangles BCD et DEF sont rectangles respectivement en C et E), or, si deux droites sont perpendiculaires à la même droite alors elles sont parallèles entre elles, donc les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

3) Les triangles BCD et DEF sont en situation de Thalès car les droites (BF) et (CE) sont sécantes en D et les droites (BC) et (EF) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on a :

$\frac{DC}{DE}=\frac{DB}{DF}=\frac{BC}{EF}$ d'où $\frac{2}{5}=\frac{2,5}{DF}=\frac{1,5}{EF}$. ***<u>Calcul de DF</u>*** : $DF=\frac{5\times 2,5}{2}=6,25$.

La longueur DF est de 6,25 km.

4) Longueur totale du parcours : L = AB + BD + DF + FG = 7 + 2,5 + 6,25 + 3,5 = 19,25.

La longueur totale du parcours est de 19,25 km.

5) Michel roule à une vitesse moyenne de 16 km/h pour aller du point A au point B.

Il parcourt 16 km en 1h soit 60 minutes. Pour les 7km du point A au point B, il mettra :

$t=\dfrac{7\times 60}{16}=26{,}25\,min$. 26, 25 min = 26 + 0,25×60 = 26 minutes et 15 secondes.

EXERCICE 3 [12 POINTS]

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	Moyenne sur l'année
2	Température en °C	4,4	7,8	9,6	11,2	13,4	19,4	22,6	20,5	17,9	14,4	8,2	7,8	

1) D'après le tableau ci-dessus, la température moyenne à Tours en novembre 2019 est de **8,2°C**.

2) E = $T_{max} - T_{min}$ = 22,6 – 4,4 = **18,2°C**.

3) =MOYENNE(B2:N2) ou **=SOMME(B2:N2)/12**

4) Moyenne = $\dfrac{4{,}4+7{,}8+9{,}6+11{,}2+13{,}4+19{,}4+22{,}6+20{,}5+17{,}9+14{,}4+8{,}2+7{,}8}{12}=\dfrac{157{,}2}{12}=13{,}1.$

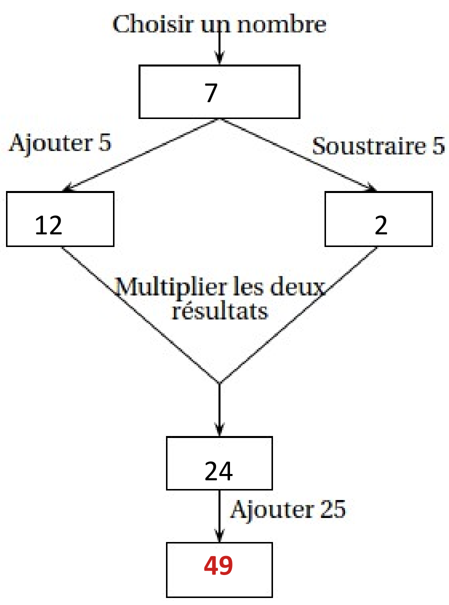
La température moyenne annuelle est bien de **13,1°C**.

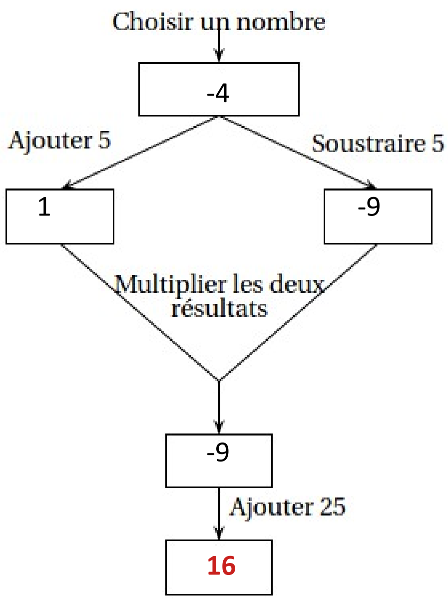
5) Il y a 12 mois. La médiane est une valeur comprise entre la température moyenne du 6ème mois et celle du 7ème mois (une fois la série rangée dans l'ordre croissant) :

$4{,}4 < 7{,}8 < 7{,}8 < 8{,}2 < 9{,}6 < 11{,}2 < \boldsymbol{m} < 13{,}4 < 14{,}4 < 17{,}9 < 19{,}4 < 20{,}5 < 22{,}6.$

La température médiane de cette série est comprise entre 11,2 °C et 13,4°C. On prendra par exemple ***m* = 12,3°C**.

EXERCICE 4 [10 POINTS]





1) ***a.*** Si on choisir le nombre 7, vérifier qu'on obtient 49 à la fin du programme.

b. Si on choisit le nombre – 4, quel résultat obtient-on à la fin du programme ?

2) On note x le nombre choisi au départ.

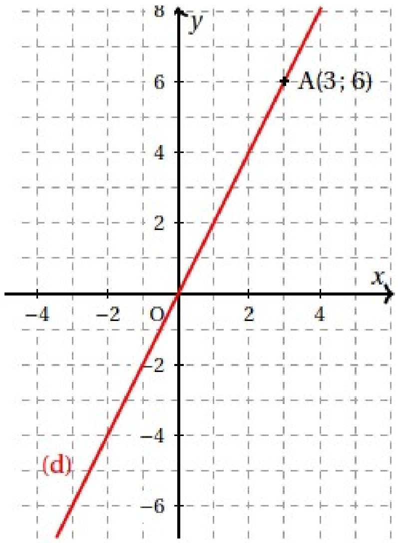
a. Le résultat obtenu est $(x + 5)(x - 5) + 25$.

b. $(x + 5)(x - 5) = x^2 - 5^2 =$ **$x^2 - 25$**.

c. $(x + 5)(x - 5) + 25 = x^2 - 25 + 25 = \mathbf{x^2}$. Donc avec ce programme de calcul, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat obtenu est toujours le carré du nombre de départ. Sarah a raison.

EXERCICE 5 [8 POINTS]

Dans le repère ci-contre, la droite (d) représente une fonction f.



1. A l'aide du graphique :

a. Déterminer l'image de -2 par la fonction f : **-4.**

b. Déterminer un antécédent de 4 par la fonction f : **2.**

2. La fonction g est donnée par $g(x) = x^2 - 8$.

a. $g(-2) = (-2)^2 - 8 = 4 - 8 =$ **-4.**

b. **-2** est donc une solution de l'équation $f(x) = g(x)$.

EXERCICE 6 [14 POINTS]

Emma et Abel ont acheté pour leur mariage 3 003 dragées au chocolat et 3 731 dragées aux amandes.

1) 3 003 = 150 × 20 + 3 et 3 731 = 186 × 20 + 11. Chaque corbeille contiendra 150 dragées au chocolat et 186 dragées aux amandes et ***il restera 3 dragées au chocolat et 11 dragées aux amandes.***

2) ***a.*** 3003 = 33×90 + 33.

90 n'est pas un diviseur de 3003 donc il est impossible de proposer 90 ballotins.

b. On cherche donc le plus grand diviseur commun à 3003 et 3731. PGCD(3003;3731) = **91**.

Méthode par décomposition en produit de facteurs premiers:

3003 = 3×1001 = 3×11×91 = 3×**7**×11×**13**. = 91 × 33

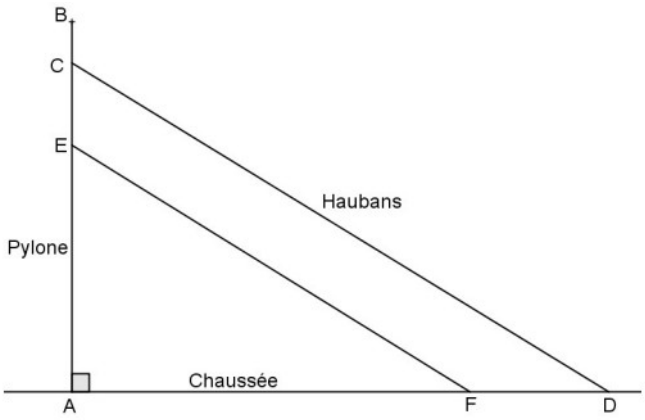
3731 = 7×533 = **7×13**×41. = 91 × 41.

Le plus grand diviseur commun de 3003 et 3731 est donc : 7×13 = 91. Dans chacun des 91 ballotins, il y aura 33 dragées au chocolat et 41 dragées aux amandes.

3) Dans le 1er sachet, Abel a 2 chances sur 5 de tirer une dragée au chocolat et dans le 2ème sachet, il a 1 chance sur 3 de tirer une dragée au chocolat. La probabilité que les deux dragées piochées soient au chocolat est donc de : $\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$

EXERCICE 7 [10 POINTS]

On considère le pylône perpendiculaire à la chaussée.



On dispose des informations suivantes :

- AB=89 m
- AC=76 m
- CD=172 m
- AE=71 m
- $\widehat{AFE} = 26{,}5°$

1) ACD est un triangle rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore, on a $CD^2 = AC^2 + AD^2$. D'où $AD^2 = DC^2 - AC^2 = 172^2 - 76^2 = 29\,584 - 5\,776 = 23\,808$. $AD = \sqrt{23\,808} \simeq 154$

La longueur AD est de ***154 m***, arrondie au mètre près.

2) AEF est un triangle rectangle en A. On connaît la mesure de l'angle $\widehat{AFE}$ et celle de son côté opposé : AE = 71 m. On cherche la mesure du côté adjacent à $\widehat{AFE}$ donc on va utiliser la définition de la tangente :

$\tan(\widehat{AFE}) = \frac{AE}{AF}$. $\tan(26{,}5) = \frac{71}{AF}$ donc AF = 71 : tan(26,5) ≈ ***142 m***.

La longueur AF est bien égale à environ 142 m.

3) ACD est un triangle rectangle en A. Pour calculer la mesure de l'angle $\widehat{ADC}$, on utiliser la définition du sinus ; $\sin(\widehat{ADC}) = \frac{AC}{AD} = \frac{76}{172}$ $\widehat{ADC} = \arcsin(76:172) \approx 26{,}2°$. Les angles correspondants $\widehat{AFE}$ et $\widehat{ADC}$ ne sont pas de même mesure donc ils ne sont pas formés par des droites parallèles.
Les haubans [CD] et [EF] ne sont pas parallèles.

EXERCICE 8 [10 POINTS]

<u>Calcul du volume de l'aquarium</u> : V = 120×50×50 = **300 000 cm³**.
<u>Conversion</u> : V = 300 000 cm³ = 300 dm³ = **300 L**.
<u>Nombre de poissons adultes</u> : 2 L par cm de poisson. Un Cichlidé adulte mesure 10 cm. 300 : (2×10) = **15**.
Type de filtre : Il faut prendre le **3ème type de filtre**, ayant un débit de 900L/h.

Chloé doit prendre le 3ème type de filtre et pourra acheter au maximum 15 Cichlidés.

EXERCICE 9 [10 POINTS]

On considère l'expression littérale suivante : $A = (x + 2)(2x - 1) + (-x + 4)(x + 2)$

1) $A = (x + 2)(2x - 1) + (-x + 4)(x + 2) = 2x^2 - x + 4x - 2 - x^2 - 2x + 4x + 8 = \mathbf{x^2 + 5x + 6}$.

2) $A = (x + 2)(2x - 1) + (-x + 4)(x + 2) = (x + 2)[(2x - 1) + (-x + 4)] = (x + 2)(2x - 1 - x + 4) = \mathbf{(x + 2)(x + 3)}$.

3) ***a.*** $x = 0$. $A(0) = 0^2 + 5\times 0 + 6 = 6$.

b. $x = \frac{1}{3}$. $A(\frac{1}{3}) = (\frac{1}{3} + 2)(\frac{1}{3} + 3) = (\frac{1}{3} + \frac{6}{3})(\frac{1}{3} + \frac{9}{3}) = \frac{7}{3} \times \frac{10}{3} = \frac{7\times 10}{3\times 3} = \frac{70}{9}$